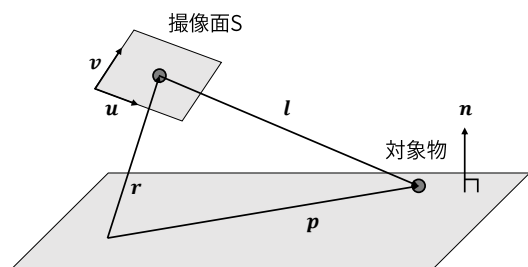
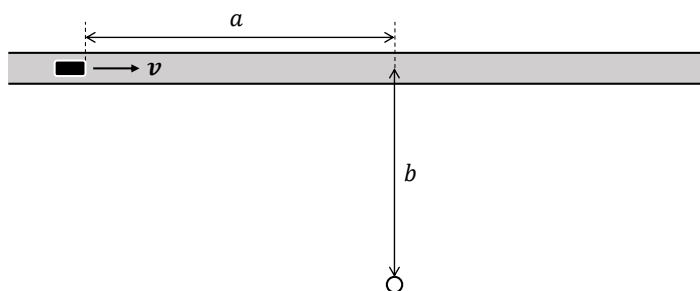


## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/10/4

- $i, j, k$  を直交単位ベクトルとする．すなわち， $i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$ ， $i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = 0$  である．  
二つのベクトル  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$  および  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$  に対して，内積  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  および外積  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  を計算せよ．
- ベクトル  $\mathbf{a} = (-4, 3, 0)$  の，ベクトル  $\mathbf{b} = (0, 4, 3)$  への正射影ベクトル  $\mathbf{a}_{\parallel}$  の成分を，以下を順に計算することにより求めよ．  
(a)  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$   
(b)  $|\mathbf{a}_{\parallel}|$   
(c)  $\mathbf{b}$  方向の単位ベクトルの成分  
(d) 正射影ベクトル  $\mathbf{a}_{\parallel}$  の成分 (答え)
- 3次元空間のカメラの姿勢について考える．位置  $\mathbf{r}$  に置かれたカメラにより，位置  $\mathbf{p}$  にある対象物を観察する．カメラから対象物へのベクトル  $\mathbf{l}$  を光軸と呼ぶ．カメラの撮像面  $S$  は光軸と直交した矩形である．撮像面  $S$  の横 (右) 方向  $\mathbf{u}$  は水平 (地面と平行) であり，縦 (上) 方向  $\mathbf{v}$  は光軸  $\mathbf{l}$  および横 (右) 方向  $\mathbf{u}$  と直交している．鉛直上向き (つまり，地面と直交している) 方向を  $\mathbf{n}$  として，カメラの姿勢を表すベクトル  $\mathbf{l}, \mathbf{u}, \mathbf{v}$  を  $\mathbf{p}, \mathbf{r}, \mathbf{n}$  を用いて表せ．なお各ベクトルを正規化する必要はない．

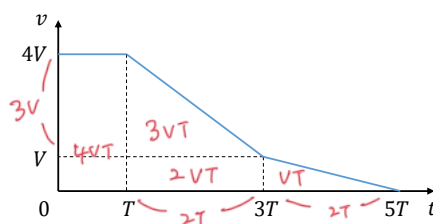


- (★) 草原に直線道路があり，車が一定の速度  $\mathbf{v}$  で走っている．道路から離れた場所にいる人が，走って車に乗るためには，どの方向に走ればよいか．車の速さを  $v$ ，人の最大の速さを  $u$ ，車と人との初期位置は図に示すものとし，一般的な場合について検討せよ．



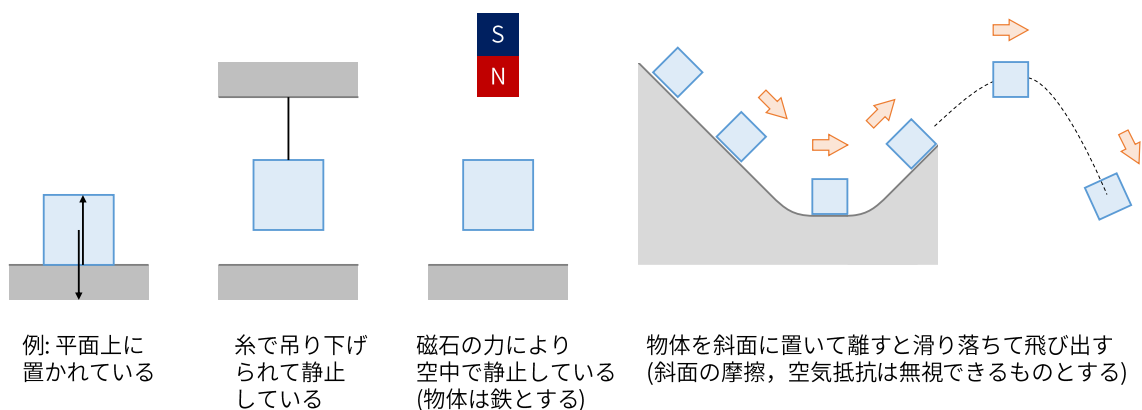
## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/10/11

1. 1次元の運動を考える．時刻  $t = 0$  で  $x$  軸上の原点に存在していた物体が，下図の速度と時間の関係 ( $v-t$  グラフ) に従って  $x$  軸上を運動したとして，(a) 加速度の大きさ (絶対値) の最大値 (b) 停止するまでの移動量をそれぞれ  $V, T$  で表せ．



2. 1次元の運動を考える．時刻  $t = 0$  で  $x$  軸上の原点に存在していた物体が， $0 \leq t \leq T$  の間，速度  $v(t) = V[1 + \cos(\pi t/T)]$  で  $x$  軸上を運動したとして，(a) 加速度の大きさ (絶対値) の最大値 (b) 停止するまでの移動量をそれぞれ  $V, T$  で表せ．

3. 以下の事例において，物体が受けている力を種類別に全て矢印で示せ．



4. (★) あなたは宇宙船の船長である．速度  $V$  で宇宙空間を直進中の宇宙船の前方に移動する小惑星を発見した．観測によれば，小惑星は今から  $T_1$  後から  $T_2$  後の間，宇宙船の現在地から距離  $L$  の点を横切るといふ．宇宙船が前方に加速する際の加速度の大きさの最大値は  $\alpha$ ，減速する際の加速度の大きさの最大値は  $\beta$  である．宇宙船の大きさと，小惑星の宇宙船進行方向の厚みは無視できるものとする．
- (a) 小惑星との衝突を避けるために，あなたは宇宙船を加速させるべきか減速させるべきかを，どのように判断すればよいか．
- (b) あなたの決断が遅れると，加速しても減速しても衝突から逃れられなくなる可能性がある．あなたが決断するまでに残された時間はどれほどあるか．

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/10/18

1. 原点にある質量  $m$  の小球 (大きさは無視できる) を, 時刻  $t = 0$  に, 仰角 (水平面となす角度)  $\alpha$  の方向に速さ  $v_0$  で射出する. 水平方向を  $x$  軸とし,  $x$  軸正の方向は小球が  $x$  軸方向に運動する方向とする. また鉛直上方向を  $y$  軸正の方向とする. 重力加速度の大きさを  $g$  とする. 空気抵抗は無視できるものとする. 以下の問いに答えよ.
  - (a) 空中にある小球に働く力を解答用紙の図に記入せよ.
  - (b) 時刻  $t$  における小球の位置を  $(x(t), y(t))$  とする.  $x$  軸方向および  $y$  軸方向の運動方程式を  $g, m, t, x, y$  を用いて書け.
  - (c) 小球の具体的な運動を定めるために必要となる初期条件を記せ.
  - (d)  $x$  軸方向および  $y$  軸方向の運動方程式を解き, 時刻  $t$  における小球の位置  $x(t)$  および  $y(t)$  を求めよ. 微分方程式を解く過程について記述し, 得られた結果は解答欄に記入すること.
2. (★) 前問と同じ設定で, 小球が原点から離れ続けるために, 仰角  $\alpha$  が満たすべき条件を述べよ.  
(ヒント: 小球が原点から最も離れるときに, 位置ベクトルと速度ベクトルが満たしている条件を考えてみるとよい. )

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/10/25

1. 質量  $0.2 \text{ kg}$  のプラスチックの台車と、質量  $2 \text{ kg}$  の鉄の台車が、水平面上を摩擦なしで動く。以下の状態の運動エネルギーについて、正しい答えを選べ。選択肢群は小問によらず同一である。

- (a) 両方の台車が静止している状態
- (b) 両方の台車が速度  $1 \text{ m/s}$  で進んでいる状態
- (c) 両方の台車が、静止している状態から、 $1 \text{ m}$  の距離移動する間、同じ大きさの力で押され、 $1 \text{ m}$  進んだ後に力が無くなった状態
- (d) 両方の台車が、静止している状態から、 $1 \text{ s}$ (秒) の間、同じ大きさの力で押され、 $1 \text{ s}$  後に力が無くなった状態
- (e) 両方の台車が、速度  $1 \text{ m/s}$  で進んでいる状態から、 $1 \text{ s}$ (秒) の間、同じ大きさの力で正面から押し戻され、 $1 \text{ s}$  後に力が無くなった状態。ただし、 $1 \text{ s}$  後も、両方の台車は静止しておらず、元の移動方向と同じ方向に進んでいるとする。

選択肢群

- (ア) プラスチックの台車の運動エネルギー < 鉄の台車の運動エネルギー
- (イ) プラスチックの台車の運動エネルギー = 鉄の台車の運動エネルギー
- (ウ) プラスチックの台車の運動エネルギー > 鉄の台車の運動エネルギー
- (エ) 与えられた情報だけでは決めることができない

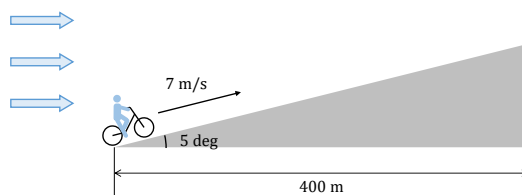
2. 以下の文章の空欄 [ ア ] から [ ク ] に適切な数値を入れよ。

K 大学の正門前には、水平方向に長さ  $400 \text{ m}$ 、傾斜角  $5 \text{ deg}$  の坂がある (下図参照)。体重 (質量)  $80 \text{ kg}$  の I 氏が、質量  $20 \text{ kg}$  の自転車に乗り、坂の下の地点に、速さ  $14 \text{ m/s}$  (時速に直すと約  $50 \text{ km}$ ) で到達した。I 氏は自転車のペダルを漕がずに正門にたどりつきたい。

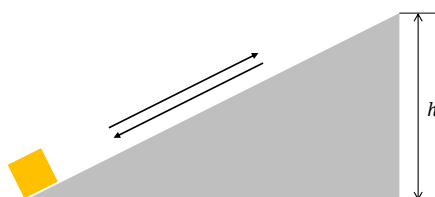
なお、 $\sin 5^\circ = 0.0872$ ,  $\cos 5^\circ = 0.996$ ,  $\tan 5^\circ = 0.0875$  である。また重力加速度は  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。I 氏と自転車の空気抵抗や転がり抵抗は無視できる。有効数字は 3 桁とする。有効数字を示すために、科学的表記法を使う必要はない。

I 氏と自転車を合わせて物体と呼ぶ。物体の質量は [ ア ]  $\text{kg}$  である。物体が正門にたどりつくためには、高度 (鉛直上向きの移動量) [ イ ]  $\text{m}$  上昇する必要がある。必要な位置エネルギーは [ ウ ]  $\text{J}$  になる。一方、坂の下地点で物体の速度は  $14 \text{ m/s}$  であるときの運動エネルギーは [ エ ]  $\text{J}$  である。この運動エネルギーが全て重力の位置エネルギーに変わったとしても、上昇可能な高度は [ オ ]  $\text{m}$  である。これでは正門にたどりつけない。

そこで I 氏は追い風が水平方向に吹くのを待つことにした。追い風による一定の力  $F$  が [ カ ]  $\text{J}$  の仕事をしてくれれば、正門にたどりつける。正門にたどりつくまでの力  $F$  方向の移動距離は [ キ ]  $\text{m}$  であるため、力  $F$  が [ ク ]  $\text{N}$  以上の追い風であればよい。

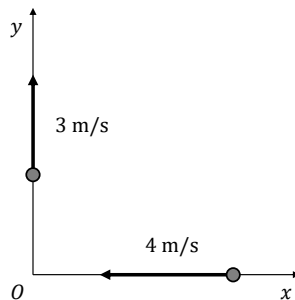


3. (★) 質量  $1 \text{ kg}$  の箱が、ひとりでは滑り出さない斜面上に置かれている。常に斜面と平行になるような力を加えて、非常にゆっくりと、箱を斜面に沿って引き上げた後、元の位置まで引き下ろす (下図参照)。このとき箱になされた全仕事量は  $10 \text{ J}$  であった。斜面の高低差  $h$  の最大値はいくらか。静止摩擦係数と動摩擦係数は等しいと仮定してよい。(ヒント) 非常にゆっくりと運動させるため、運動エネルギーについては無視してよい。「ひとりでは滑り出さない」条件と、摩擦力のする仕事について、考えてみよ。

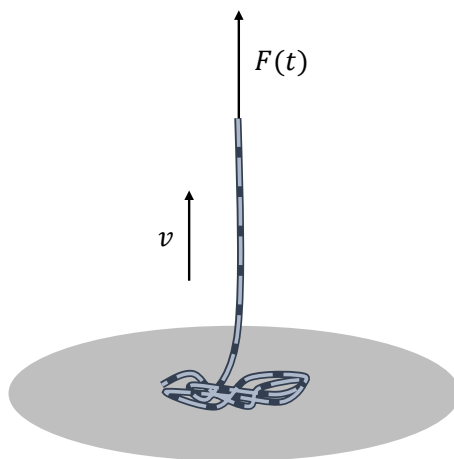


## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/11/1

- 以下の各場合において、物体に作用した力積の大きさを求めよ。ただし、物体に働く力は問題文に示された力のみであるとする。
  - ある物体に対して、一定の大きさと向きの力  $4.0\text{ N}$  を、 $5.0$  秒間加えたとき。
  - 頭部の質量  $200\text{ g}$  の鉄製ハンマーで、 $1\text{ m/s}$  の速度で鉄のブロックを叩き、頭部がブロックにあたってから停止するまでの衝撃時間が  $0.4\text{ ms}$  であったとき。
  - 図に示す  $xy$  平面において、 $x$  軸正方向から原点に向かって速さ  $4.0\text{ m/s}$  で運動していた質量  $1.0\text{ kg}$  の物体が、原点において力積を与えられ、 $y$  軸正方向への速さ  $3.0\text{ m/s}$  の運動に変化したとき。



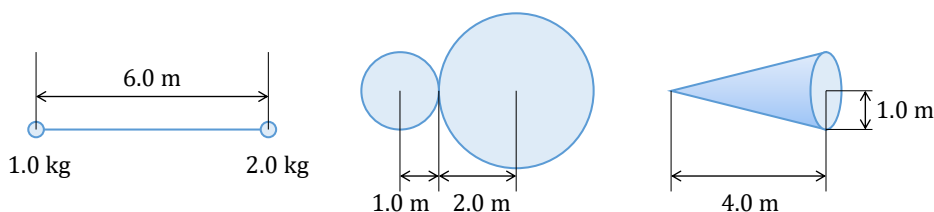
- 滑らかな水平面上で、質量  $1\text{ kg}$  の物体 A が  $x$  軸正の向きに速さ  $20\text{ m/s}$  で動き、 $x$  軸負の向きに速さ  $2\text{ m/s}$  で動いている質量  $5\text{ kg}$  の物体 B と衝突したとする。
  - 2 物体の運動量の和を求めよ。
  - 反発係数  $e = 0.8$  のとき、衝突後の各物体の速度を求めよ。
- (★) 十分に長い鎖が机の上に置かれている。鎖の単位長さあたりの質量 (線密度) は  $\lambda$  である。時刻  $t = 0$  のときに、鎖の端に力を加えて、一定の速さ  $v$  で鉛直上向きに持ち上げはじめる。鉛直上向きを正とし、重力加速度の大きさは  $g$  として、以下の問いに答えよ。
  - 持ち上がっている鎖の運動量を  $p$  とし、運動方程式を書き下せ。
  - 微小時間  $\Delta t$  の間に、持ち上がっている鎖の質量はどれほど増加するか。
  - 上向きに持ち上げる力  $F(t)$  を時刻  $t$  の関数として求めよ。(ヒント: 運動量の時間変化を、2 通りの方法で表現することを試みよ)



# 物理工学演習 小テスト 問題 2022/11/8

1. 以下の各場合における，重心の位置を求めよ．

- 距離 6.0 m 離れた二つの質点 A, B が棒でつながれており，質点 A の質量は 1.0 kg，質点 B の質量は 2.0 kg である．重心の質点 A からの距離を求めよ．棒の質量や変形は無視できるものとする．
- 同じ材質でできた半径 3.0 m の球 S と半径 6.0 m の球 T があり，一点で接着されている．重心の球 S の中心からの距離を求めよ．
- (★) 一様な材質 (すなわち，密度が一定) でできた円錐がある．円錐の底面の半径は 1.0 m，円錐の高さは 4.0 m である．重心の円錐の頂点からの距離を求めよ．



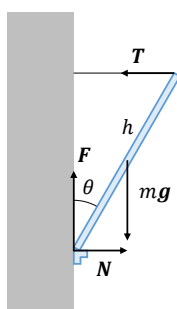
2. 以下の文章の空欄 [ ア ] から [ ス ] に適切な式，変数，語句を入れよ．解答欄に既に選択肢が入っている場合は，該当する方を選べ．

額縁を金具と紐で壁に取り付ける．額縁の質量を  $m$ ，高さを  $h$  とする．額縁の上端 A には紐が結ばれており，水平方向に引っばられている．額縁の下端 B は壁面に取り付けられた金具で支えられている．紐の張力の大きさを  $T$ ，額縁の下端における壁面と垂直な抗力の大きさを  $N$ ，壁面と平行な抗力の大きさを  $F$  とする．壁面と額縁の角度は  $\theta$  である．額縁の重心は額縁の中央にあるとし，額縁の厚さは無視できる．

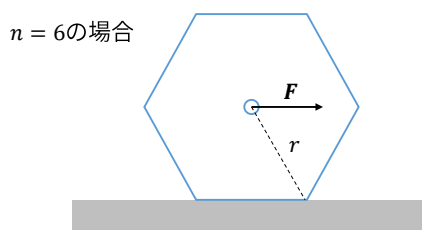
水平方向の力の釣り合いの式は [ ア ] である．垂直方向の力の釣り合いの式は [ イ ] である．

下端 B を中心とする回転を考える．重力のモーメントアーム (作用線と回転中心の間の距離) は [ ウ ] であるから，力のモーメントの大きさは [ エ ] であり，向きは [ オ ] 回りである．紐の張力のモーメントアームは [ カ ] であるから，力のモーメントの大きさは [ キ ] であり，向きは [ ク ] 回りである．回転中心に作用している抗力はモーメントアームが [ ケ ] であるため回転に寄与しない．よって，下端 B を回転の中心とする力のモーメントの釣り合いの式は [ コ ] である．

以上の釣り合いの式 [ ア ][ イ ][ コ ] より， $T = [ サ ]$ ， $N = [ シ ]$ ， $F = [ ス ]$  となる．



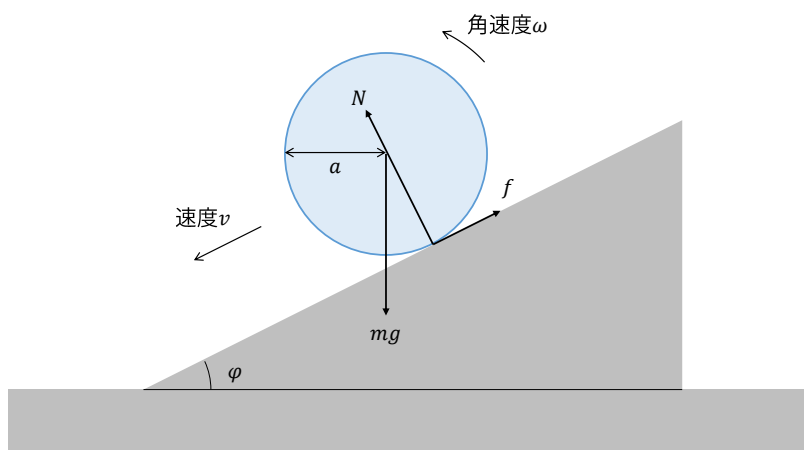
3. (★) 正  $n$  角形の車輪<sup>\*1</sup>を考える．地面との間の摩擦係数は十分に大きく，滑ることはないとする．この車輪を転がすために，車軸にかけるべき水平方向の力  $F$  はいくらか．車輪の質量は  $m$ ，車軸から頂点までの距離を  $r$  とする．



<sup>\*1</sup> 「輪」ではないが...

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/11/15

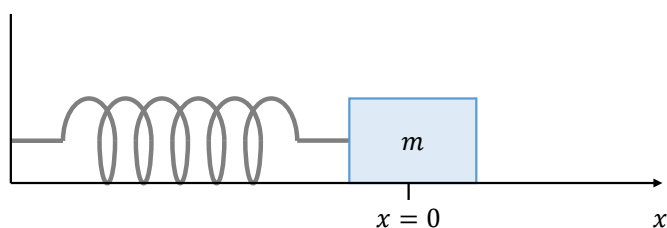
1. 斜面を滑らずに転がり下りる物体の運動を考える．物体の半径を  $a$ ，質量を  $m$ ，慣性モーメントを  $I$ ，斜面に沿う速度を  $v$ ，回転の角速度を  $\omega$  とする．斜面の水平面とのなす角度は  $\varphi$  とし，物体は静止状態から転がり始める．滑らないことから，物体と斜面の間に働く摩擦は静止摩擦力である．静止摩擦力の大きさは  $f$  とする．初期状態 ( $t = 0$ ) では，位置，速度，角度，角速度はすべて 0 とせよ．
- (a) 斜面方向の運動方程式を記述せよ．
- (b) 中心まわりの回転の運動方程式を記述せよ．
- (c) 滑りが無いことにより，斜面方向の移動速度と回転の角速度との間に成り立つ関係式を記せ．
- (d) (b)(c) より，静止摩擦力の大きさ  $f$  を， $a, I, t, v$  を用いて表せ．
- (e) 時刻  $t$  までの斜面に沿った移動量  $x(t)$  を求めよ．
- (f) 内部が詰まった円柱 A の慣性モーメントは  $ma^2/2$ ，質量が表面に集中した中空円筒 B の慣性モーメントは  $ma^2$  である．A の転がり下りる速さは，B の転がり下りる速さの何倍になるか．



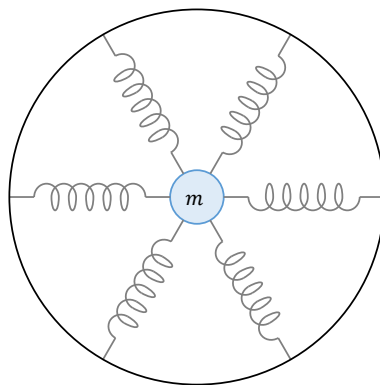
2. (★) 問 1 に登場した，内部が詰まった円柱 A の慣性モーメント  $ma^2/2$ ，および質量が表面に集中した中空円筒 B の慣性モーメント  $ma^2$  を，慣性モーメントの定義に基づいた積分により導出せよ．本問では導出の過程を示すこと．

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/11/29

- 変位  $x$  [m] が時刻  $t$  [s] の関数として、 $x(t) = 8.0 \sin 5.0\pi t$  で表される単振動がある。この単振動について、以下の物理量を求めよ。適切な単位も記すこと。必要であれば、 $\pi = 3.14$  として計算せよ。
  - 振幅
  - 周期
  - 振動数 (周波数)
  - 角振動数
- 滑らかな水平面上に、一端を壁に固定し、もう一方の端に質量  $m$  の物体 (大きさは無視できる) を取り付けたバネがある。バネのバネ定数は  $k$ 、自然長は  $L$  である。バネが自然長のときの物体の位置を原点とし、バネが伸びる向きを  $x$  軸正方向とする。以下の問いに答えよ。
  - 物体の運動方程式を記述せよ。
  - バネを  $A$  だけ引き伸ばして、 $t = 0$  に物体を静かに放した場合の、時刻  $t$  における物体の位置  $x(t)$  を求めよ。
  - バネが自然長の状態で、 $t = 0$  に物体に速度  $v_0$  を瞬間的に与えた場合の、時刻  $t$  における物体の位置  $x(t)$  を求めよ。



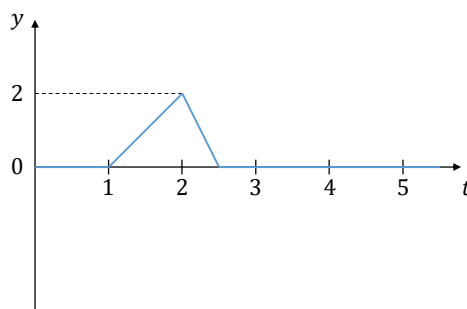
- (★) 滑らかな水平面上に置かれた質量  $m$  の物体に、バネ定数  $k$ 、自然長  $L$  のバネが 6 本、対称につながれている。物体とバネを上から見下ろした場合の図を以下に示す。物体を 1 つのバネの方向に  $\Delta x (\ll L)$  だけ変位させて静かに放した場合の、振動周期を求めよ。



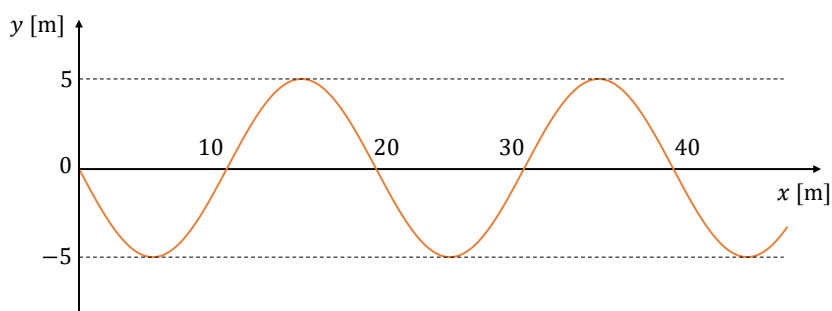


## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/12/6

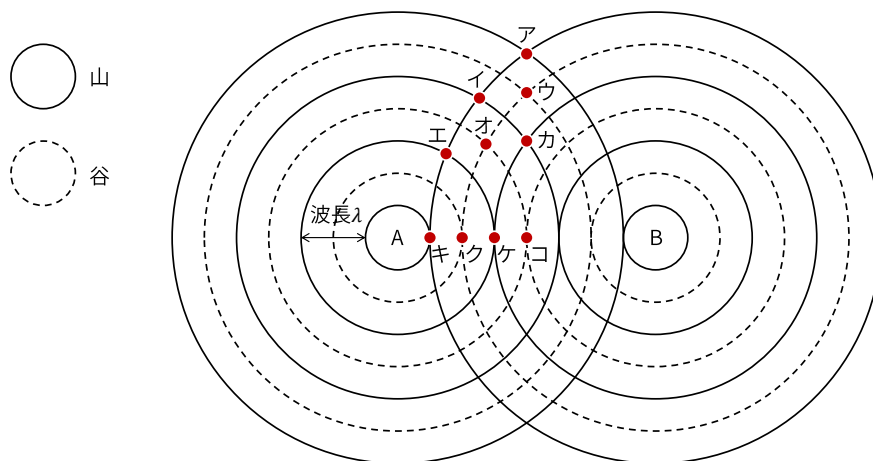
1.  $x$  軸正の方向に速さ  $v = 2 \text{ m/s}$  で進行している波がある．位置  $x = 2 \text{ m}$  における変位の時間変化を図に示す．時刻  $t = 3 \text{ s}$  における波の形をグラフで表せ．グラフには適切な目盛りを振ること．



2. 時刻  $t = 0 \text{ s}$  における変位  $y \text{ [m]}$  が図で示される正弦進行波 (正弦波が進行していく波) について，任意の位置  $x \text{ [m]}$ ，任意の時刻  $t \text{ [s]}$  における波の式  $y(x, t)$  を求めよ．波は  $x$  軸正の向きに進んでおり，周波数 (振動数) は  $f = 5.0 \text{ Hz}$  とする．



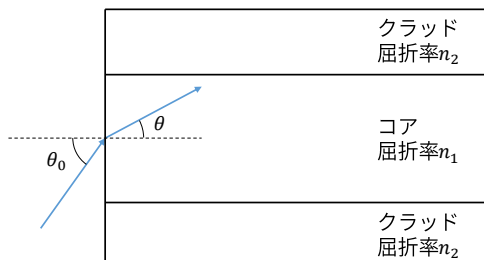
3. 2つの波源 A,B があり，同位相，同振幅，同波長の波を送出している．波の振幅が波源からの距離  $r$  に反比例するとした場合，図中の点ア～点コのうち，(1) 最も振幅が大きい点 (2) 2 番目に振幅が大きい点 (3) 最も振幅が小さい点を選べ．複数の点が該当する場合は，全てを列举せよ．



4. (★) 周波数がわずかに異なる 2 つの音の重ね合わせは，うなりと呼ばれる低周波の音が聞こえる現象を発生させる．2 つの波源の周波数を  $f_1, f_2$  としたとき，うなりによって生じる低周波音の周波数が  $|f_1 - f_2|$  となることを，数式を用いて示せ．2 つの波の振幅は等しいとし，1 次元で考えてよく，必要であれば波源間の距離を  $\Delta x$  とせよ．ある位置に静止した人が聴取する音の時間変化を考えるとよい．

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/12/13

- 光ファイバーは、屈折率  $n_1$  のコアがあり、コアの外側を屈折率  $n_2$  のクラッドで覆った同心円状の構造をしている。光ファイバーのコアの中心に、図のように入射角  $\theta_0$  で真空中から光を入射させる際に、光がファイバー中を伝達するために入射角が満たすべき条件を求めたい。
  - コアに光が入った後の屈折角を  $\theta$  とする。  $\sin \theta$  を  $n_1, \theta_0$  で表せ。
  - コアに入った光がクラッドへ進もうとする際の、境界面における入射角  $\theta'$  を、  $\theta$  を用いて表せ。
  - 光がクラッドに進まないために  $\sin \theta'$  が満たすべき条件を、  $n_1, n_2$  を用いて表せ。
  - 前問の条件が成立するために  $\sin \theta_0$  が満たすべき条件を求めよ。



- ヘッドマウントディスプレイを見ると広大な空間がひろがっているように感じられるが、具体的にはどれくらいのひろがりかを見積ってみよう。

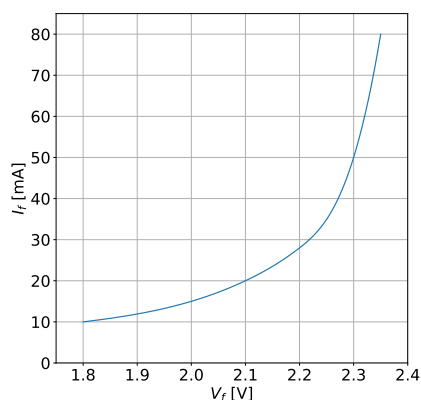
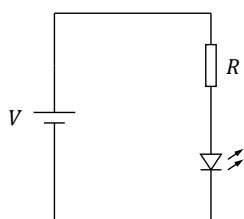
1 辺 60 mm の正方形のディスプレイから、38 mm 離れた位置に、焦点距離 40 mm の凸レンズを設置した。レンズの光軸はディスプレイの中央でディスプレイ面と垂直に交わっている。

  - レンズを通してディスプレイを見たとき、ディスプレイはレンズからどれだけ離れた位置にあるように見えるか。単位は mm とし、整数で答えよ (必要であれば小数点以下第 1 位を四捨五入する)。
  - レンズによる像の倍率はいくらか。整数で答えよ (必要であれば小数点以下第 1 位を四捨五入する)。
  - ディスプレイの 1 辺はどれだけのサイズがあるように見えるか。単位は mm とし、整数で答えよ (必要であれば小数点以下第 1 位を四捨五入する)。
- (★) 屈折率が未知の物体がある。屈折率を求める方法を検討せよ。物体は任意の形状に加工できるとしてよい。

## 物理工学演習 小テスト 問題 2022/12/20

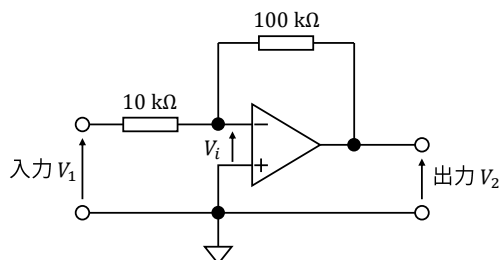
1. 図のような回路を作成し LED を点灯させる．以下の問いに答えよ．

- LED の特性として，印加電圧  $V_f$  [V] と電流  $I_f$  [mA] の関係が以下のグラフで与えられている．LED を流れる電流が  $I_f = 20$  mA ときの，LED での電圧降下  $V_f$  [V] をグラフから読み取り答えよ．
- この LED を乾電池で駆動する．乾電池 1 本の起電力は 1.5 V である．LED を点灯させるためには，何本の乾電池を直列に接続する必要があるか．最小の本数を答えよ．
- (b) の起電力で LED を点灯させる際の，電流制限抵抗の適切な抵抗値  $R$  [ $\Omega$ ] はいくらか．
- 電流制限抵抗として許容電力 1/4 W の炭素被膜抵抗を使用する．発熱に関する問題はないか．



2. オペアンプを使用した図のような増幅回路がある．オペアンプは理想的な特性を持つものとする．抵抗値は図に示す通り，10 k $\Omega$  と 100 k $\Omega$  である．この回路に入力電圧  $V_1 = 0.5$  V を加えた (図中の矢印は電位差の基準がいずれであるかを示すものである．矢印の始点が基準である)．以下の問いに答えよ．

- この回路の働きは反転増幅か，非反転増幅かを答えよ．
- 理想的なオペアンプの二つの入力端子間の電位差  $V_i$  [V] はいくらか．
- 出力電圧  $V_2$  [V] の値を符号も含めて答えよ．



3. (★) 抵抗値が  $R$  の抵抗を，一辺  $n$  本ずつの格子状に接続した際の，対角線上の 2 点間の抵抗値を考える．

- 一辺 1 本の場合の抵抗値を求めよ．
- 一辺 2 本の場合の抵抗値を求めよ． ヒント：各点線上では電位が等しい．
- 一辺  $n$  本の場合の抵抗値を求めよ． 総和記号  $\Sigma$  は解答中でもそのまま表記してよい．

