

定期試験問題

2023年1月17日(火)・05時限実施

授業科目名	所属学部	学科	学年	学生番号(8桁で記入)
離散数理				
担当 / 代表者	ふりがな			
徳山 豪	氏 名			

問題1.

0から9までの10個の数字から4つを重複なく選ぶ組合せを当てるのと、サイコロを3回投げた目を(順番を含めて)全てあてるのと、どちらが難しいか答えなさい。理由を述べる。理由の記述のない解答は0点にします。

問題2

$\mathbb{Z}$ を整数(負の数も含む)全体の集合とします。 $\mathbb{Z}$ から $\mathbb{Z}$ への下記の写像がそれぞれ全射、単射、全単射であるか、それともどれでもないかを理由を述べて書きなさい。全射、単射でない場合は、それぞれ反例を記すること。(結果と理由の双方を採点します)。

- ① 写像 $f(x) = 2x$
- ② 写像 $f(x) = x + 10$
- ③ 写像 $f(x) = x^2 + 1$

問題3

1000以下の自然数(0は含みません)全体の集合 S を考えます。

- ① S において2で割れる数、3で割れる数、5で割れる数、6で割れる数がいくつあるかをそれぞれ答えなさい
- ② S において2でも3でも5でも割れない数の数を、包除原理を用いて計算し、答えなさい。計算過程も丁寧に書くこと

問題4

$a(0)=1, a(1)=1$ 、任意の自然数 $n \geq 2$ に対して $a(n) \leq 2a(n-1) + 3a(n-2)$ である数列を考えます。

- ① 数列 $a(n)$ を $n \leq 6$ まで記載しなさい
 - ② 母関数 $F(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a(i)x^i$ を有理式(多項式の分数式)の形で求めなさい。
- 部分点が欲しい場合は、求める過程をきちんと書くこと。答だけの場合は、少しでも違うときには部分点も与えません。

問題5

自然数 n に対する関数 $F(n)$ が、 $F(1)=1$ であり、 $n \geq 2$ の時 $F(n) \leq F(\lfloor 2n/3 \rfloor) + n$ を満たすとして。

なお、 $\lfloor x \rfloor$ は実数 x の切り捨てでできる整数とします。

この時、 $F(n) \leq 3n$ であることを、数学的帰納法を用いて示しなさい。(数学的帰納法をきちんと書かないと減点します)。