問題 1　n を離散化された時間とし，1 入力 1 出力の離散時間線形時不変システムを考える．単位ステップ信号を $u_s[n]$ としたとき，システムのインパルス応答が

$$h[n] = \frac{1}{n+1} u_s[n]$$

であるとして，以下の問に答えよ．

1. このシステムのインパルス応答を時間 n を横軸として図示せよ．
2. こシステムは，BIBO 安定か否か．また，因果的か否か．理由とともに述べよ．級数 $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n$ は発散することをもちいてよい．
3. このシステムに離散時間信号

$$x[n] = \begin{cases} 0 & (n < 0,\, n > 1) \\ 1 & (n = 0,\, 1) \end{cases}$$

を入力したときの出力 $y[n]$ を求め，横軸を時間として $y[n]$ を図示せよ．求め方あるいは途中の計算も記せ．

問題 2

1. 複素平面上に，e^0, $e^{-j(2\pi/6)}$, $e^{-2j(2\pi/6)}$, $e^{-3j(2\pi/6)}$, $e^{-4j(2\pi/6)}$, $e^{-5j(2\pi/6)}$ を図示せよ．ただし，j は純虚数である．
2. 長さ 6 の有限長信号

$$x[n] = \begin{cases} 1 & (n = 0,\, 1,\, 3,\, 5) \\ -1 & (n = 2,\, 4) \end{cases}$$

の 6 点離散フーリエ変換を求め，周波数軸を横軸として振幅スペクトルを図示せよ．

問題 3　周波数伝達関数が $H(\omega)$ であたえられる線形時不変システムを考える．以下の問に答えよ．

1. 入力のフーリエ変換を $X(\omega)$ とし，その入力に対するシステムの出力のフーリエ変換を $Y(\omega)$ とする．$X(\omega)$ と $Y(\omega)$ の間に成り立つ関係式を記せ．
2. このシステムの出力は，入力の振幅を $|H(\omega)|$ 倍し，位相を $\angle H(\omega)$ だけずらした信号が出力される．1 の関係式を使ってその理由を述べよ．

問題 4　所望の周波数伝達関数をもつフィルタを設計するとし，窓関数法による FIR フィルタの設計を考える．以下の問に答えよ．

1. 窓関数法による FIR フィルタの設計では，まず，所望の周波数伝達関数を離散時間逆フーリエ変換する．一般に，その逆フーリエ変換で得られる信号（インパルス応答）は，時間が大きいところの信号成分があり，それを直接使用することはできない．そのため，どのような操作を行なうか．
2. 1 の操作の結果，得られる信号は一般に因果ではない．窓関数法では，切り出した信号に対しどのような操作を行なって，（近似的に）因果信号に変換するか．